

## CHƯƠNG 16: LÝ THUYẾT CỦA PHƯƠNG PHÁP TÌM ĐIỂM XÁC ĐỊNH KHI CÓ SAI SỐ TRONG ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ.

Ở ⇨ 64 ta đã biết rằng phương trình đường cao vị trí có dạng như sau :

$$\Delta\varphi \cos A + \Delta\lambda \sin A \cos\varphi = \Delta h$$

Đây là trường hợp không có sai số, nhưng trong thực tế, điều này không thể xảy ra, vì vậy đường cao vị trí mắc sai số sẽ có dạng như sau :

$$\Delta\varphi \cos A + \Delta\lambda \sin A \cos\varphi = \Delta h + \Delta n + \varepsilon_n$$

Trong đó :  $\Delta n$  : sai số hệ thống .

$\varepsilon_n$  : sai số ngẫu nhiên .

Ngoài ra, theo tính chất của đường cao vị trí, ta có gradient = 1, nên khi có sai số trong đường cao vị trí thì đường cao vị trí sẽ dịch chuyển tịnh tiến theo hướng phương vị một khoảng chính bằng sai số đó.

### ⇨ 69. TÌM ĐIỂM VỊ TRÍ TÀU KHI CHỈ CÓ SAI SỐ HỆ THỐNG TRONG CÁC ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ.

#### 1. KHI SỬ DỤNG 2 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Do sử dụng 2 đường cao vị trí, nên ta có hệ phương trình sau :

$$\Delta\varphi \cos A_1 + \Delta\lambda \sin A_2 \cos\varphi = \Delta h_1 + \Delta n_1 + \varepsilon_{n1}$$

$$\Delta\varphi \cos A_2 + \Delta\lambda \sin A_2 \cos\varphi = \Delta h_2 + \Delta n_2 + \varepsilon_{n2}$$

Ta giải phương trình trên bằng phương pháp đồ giải, sau đó đưa vào sai số để đánh giá độ chính xác của vị trí xác định .

Do việc quan sát được thực hiện bởi một người, 1 dụng cụ và trong cùng một điều kiện, nên  $\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta$ . Ngoài ra, do ở đây chỉ xét ảnh hưởng của sai số hệ thống, nên  $\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n2} = 0$ , lúc đó hệ phương trình trên sẽ có dạng :

$$\Delta\varphi \cos A_1 + \Delta\lambda \sin A_1 \cos\varphi = \Delta h_1 + \Delta$$

$$\Delta\varphi \cos A_2 + \Delta\lambda \sin A_2 \cos\varphi = \Delta h_2 + \Delta$$

- Giả thiết rằng  $\Delta = 0$ , lúc đó vị trí tàu sẽ là giao điểm của 2 đường cao vị trí hay là nghiệm của hệ phương trình trên

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta h_1 \sin A_2 - \Delta h_2 \sin A_1}{\sin(A_2 - A_1)}$$

$$\Delta W = \Delta\lambda \cos\varphi = \Delta h_2 \cos A_1 - \Delta h_1 \cos A_2$$

$M_0$  : vị trí xác định của tàu, có tọa độ

$$\varphi_0 = \varphi_c + \Delta\varphi ;$$

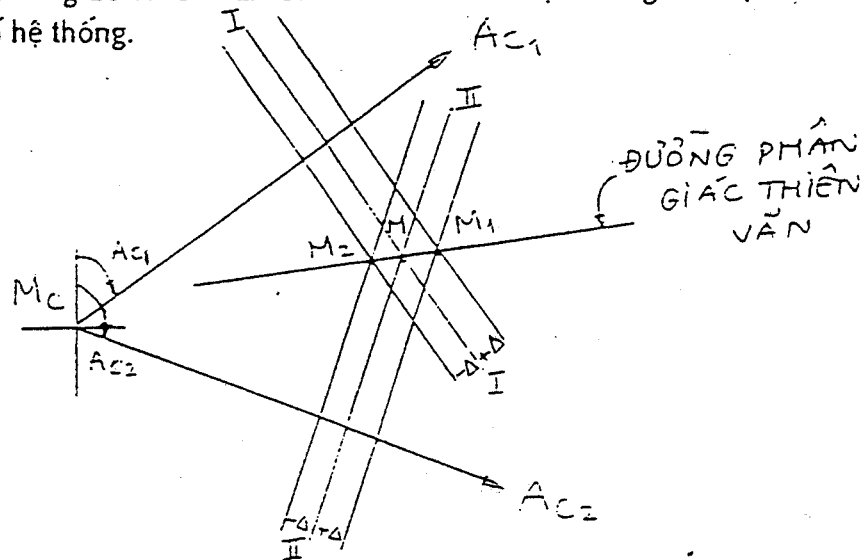
$$\lambda_0 = \lambda_c + \Delta ;$$

$$\Delta\lambda = \Delta W \sec \varphi_c$$

- Giả thiết  $\Delta > 0$  : đường vị trí dịch chuyển 1 lượng  $\Delta$  theo chiều ( + ) ta được  $M_1$ .

Giả thiết  $\Delta < 0$  : đường vị trí dịch chuyển một lượng  $\Delta$  theo chiều ( - ) ta được  $M_2$ .

Người ta nhận thấy rằng : đường thẳng qua 3 điểm  $M, M_1, M_2$  chính là đường phân giác của góc giữa những đường vị trí và song song với đường phương vị trung bình cộng các phương vị của thiên thể và được gọi là đường phân giác Thiên văn. Đường phân giác Thiên văn có thể coi như là một đường cao vị trí mới không có sai số hệ thống.



\*. **Kết luận** : Khi trong đường cao vị trí có sai số hệ thống, thì vị trí tàu chỉ di chuyển trên đường phân giác Thiên văn mà thôi.

## 2. KHI SỬ DỤNG 3 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Phân tích tương tự như khi có 2 đường cao vị trí, ta có một hệ phương trình gồm 3 phương trình như sau :

$$\Delta\varphi \cos A_1 + \Delta\lambda \sin A_1 \cos\varphi = \Delta h_1 + \Delta$$

$$\Delta\varphi \cos A_2 + \Delta\lambda \sin A_2 \cos\varphi = \Delta h_2 + \Delta$$

$$\Delta\varphi \cos A_3 + \Delta\lambda \sin A_3 \cos\varphi = \Delta h_3 + \Delta$$

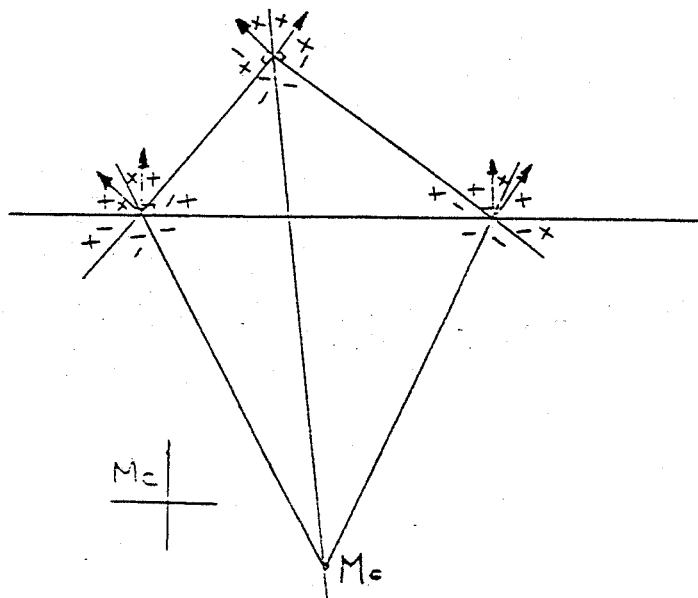
- Khi  $\Delta = 0$ , 3 đường cao vị trí giao nhau tại một điểm, cho ta vị trí tàu.
- Khi  $\Delta \neq 0$ , 3 đường cao vị trí cắt nhau tạo thành một tam giác sai số. Theo giả thiết, bài toán không tồn tại sai số ngẫu nhiên nên ta sẽ khử tam giác sai số. Để loại trừ, người ta phân thành từng cặp. Lấy cặp 1, 2, khi có sai số hệ thống, vị trí tàu sẽ dịch chuyển trên đường phân giác thiên văn của góc đó. Tương tự cho cặp 1, 2 và 2, 3. Ba đường phân giác Thiên văn này sẽ giao nhau tại một điểm, cho ta vị trí tàu đã loại trừ hết sai số hệ thống.

Ta có 3 phương pháp để vẽ các đường phân giác Thiên văn :

- Phương pháp dùng mũi tên : Tại điểm giao nhau của mỗi cặp đường, dùng mũi tên chỉ hướng tăng của đường cao vị trí. Vẽ đường phân giác góc nhọn hợp bởi 2 mũi tên.
- Phương pháp dùng dấu : Dùng dấu (+) hay (-), chỉ hướng tăng và giảm của đường cao vị trí. Vẽ phân giác góc ở đỉnh cùng dấu.
- Phương pháp dịch chuyển đường cao vị trí một lượng  $\Delta h$ , tạo ra một tam giác mới, nối các đỉnh của hai tam giác lại với nhau, giao của chúng cho ta vị trí tàu.

Giao điểm của 3 đường phân giác Thiên văn có thể nằm trong hay ngoài tam giác sai số.

- Nếu các thiên thể quan sát nằm khắp phía chân trời, tức là  $\Delta A > 90^\circ$ , giao của 3 đường phân giác Thiên văn nằm trong tam giác sai số. Đây là điều kiện tốt nhất để xác định vị trí tàu. Nếu  $\Delta A = 120^\circ$ , thì tam giác sai số là đều, vị trí tàu  $M_0$  nằm ở tâm của tam giác sai số. Đây là điều kiện tối ưu.
- Nếu thiên thể nằm về một phía đường chân trời  $\Delta A < 90^\circ$  thì giao của 3 đường phân giác Thiên văn nằm ngoài tam giác sai số và ngược hướng thiên thể đã chọn.



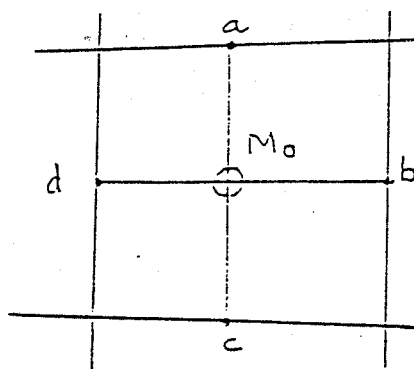
### 3. KHI SỬ DỤNG 4 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ:

Để loại trừ sai số hệ thống khi xác định vị trí tàu bằng 4 đường cao vị trí, ta phải vẽ đường phân giác Thiên văn của từng cặp đường cao vị trí, giao của chúng sẽ cho ta vị trí tàu đã loại bỏ được ảnh hưởng của sai số hệ thống.

Trong thực tế, người ta làm như sau:

Gọi a, b, c, d là điểm giữa của các cạnh tứ giác sai số, nối các điểm đối diện lại với nhau. Giao của chúng cho ta vị trí tàu đã loại bỏ hết ảnh hưởng của sai số hệ thống.

Nếu hiệu phương vị  $\Delta A > 90^\circ$  thì phương pháp này khá chính xác. Còn nếu  $\Delta A < 90^\circ$  thì độ chính xác kém.



### 4. ĐIỀU KIỆN THUẬN LỢI NHẤT ĐỂ QUAN SÁT:

Nếu không có sai số hệ thống tác động, vị trí xác định là  $M_0$ , khi có sai số hệ thống  $\Delta_1, \Delta_2$  tác động, vị trí xác định chuyển thành  $M_0'$ . Điều kiện thuận lợi nhất để quan sát là điều kiện sao cho đoạn  $MM_0'$  là nhỏ nhất, hay là tác động của sai số hệ thống là ít nhất.

Gọi  $MM_0' = \Delta M$ , ta có :

$$\Delta M = \sqrt{\Delta \varphi^2 - (\Delta \lambda \cos \varphi)^2}$$

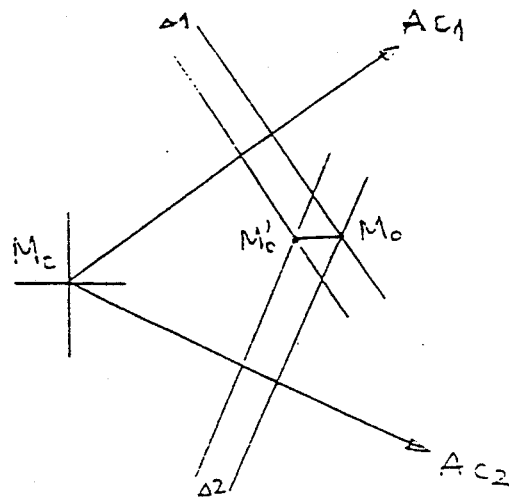
Bằng toán học, ta chứng minh được :

$$\Delta M = \Delta \sec \frac{\Delta A}{2}$$

Với  $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2$  : sai số hệ thống

Ta nhận thấy rằng  $\Delta M = 0$  khi  $\Delta A = 90^\circ$ . Vì vậy, trong thực tế, để giảm sai số hệ thống, người ta chọn những thiên thể có  $\Delta A$  nằm trong khoảng :

$$30^\circ < \Delta A < 150^\circ$$



## ♦ 70. TÌM ĐIỂM VỊ TRÍ TÀU KHI CHỈ CÓ SAI SỐ NGẪU NHIÊN TRONG CÁC ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ

### 1. KHI SỬ DỤNG 2 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Để loại trừ sai số hệ thống ta vẽ đường phân giác Thiên văn, để đánh giá ảnh hưởng của sai số ngẫu nhiên, ta vẽ hình bình hành sai số, vòng tròn sai số hay Elip sai số.

Trên hình vẽ, vị trí xác định của tàu là  $M_0$ . Giả sử sai số hệ thống bằng 0, lúc đó  $M_0$  là vị trí thật của tàu. Nhưng vì khi đo đạc và tính toán, trong đường cao vị trí không thể tránh khỏi ảnh hưởng của sai số ngẫu nhiên.

Gọi các  $\varepsilon_{n1}$  và  $\varepsilon_{n2}$  là các sai số ngẫu nhiên trong  $\Delta h$ , ta có :

$$\Delta \varphi \cos A_1 + \Delta \lambda \sin A_1 \cos \varphi = \Delta h_1 + \varepsilon_{n1}$$

$$\Delta \varphi \cos A_2 + \Delta \lambda \sin A_2 \cos \varphi = \Delta h_2 + \varepsilon_{n2}$$

$$\text{Với : } \varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n2} = \varepsilon_n$$

Để loại trừ ảnh hưởng của sai số ngẫu nhiên, người ta giải hệ phương trình trên bằng phương pháp giải tích hoặc đồ giải.

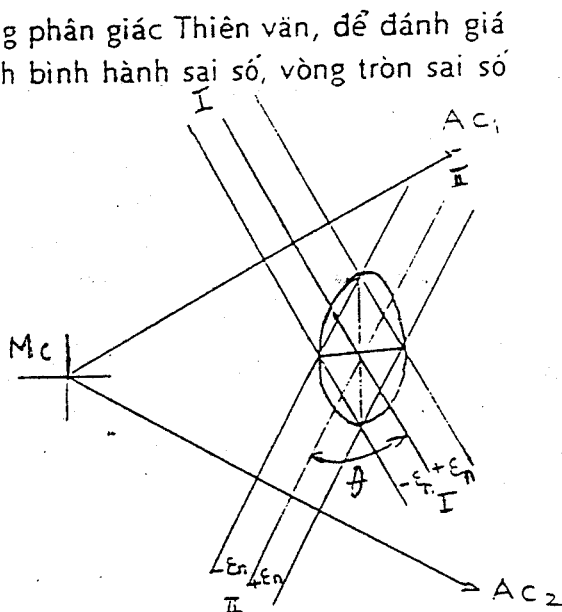
Bằng phương pháp đồ giải ta vẽ tam giác sai số. Trong Thiên văn hàng hải, hướng của bán trục lớn sẽ là đường phân giác góc nhọn, hình thành tại điểm giao của hai đường vị trí, còn hướng của bán trục nhỏ bằng hướng của bán trục lớn  $\pm 90^\circ$ . Trị số của các bán trục được tính theo công thức :

$$a = \varepsilon_n / \sqrt{2} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$b = \varepsilon_n / \sqrt{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

Trong đó :  $\theta$  - Góc nhọn giữa hai đường cao vị trí .

$$\theta = \Delta A \text{ nếu } \Delta A < 90^\circ$$



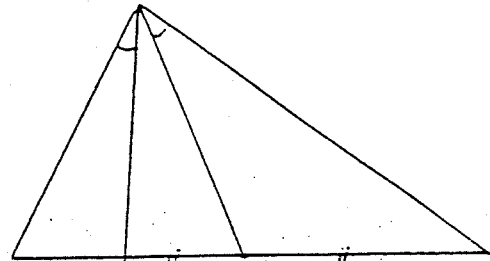
$$\theta = 180^\circ - \Delta A \text{ nếu } \Delta A > 90^\circ$$

Trong trường hợp  $\Delta A = 90^\circ$  thì :  $a = \varepsilon_n$  ;  $b = \varepsilon_n$  . Lúc đó Elip sai số trở thành vòng tròn sai số, có bán kính là  $\varepsilon_M = \pm \varepsilon_n \sqrt{2}$ , tức là có giá trị nhỏ nhất.

## 2. KHI SỬ DỤNG 3 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Nếu không có ảnh hưởng của sai số ngẫu nhiên thì 3 đường cao vị trí sẽ giao nhau tại một điểm, và đó chính là vị trí tàu.

Khi có ảnh hưởng của sai số ngẫu nhiên, thì 3 đường cao vị trí không cắt nhau tại một điểm, và sẽ tạo thành một tam giác sai số. Để tìm vị trí xác định, ta phải dựng 3 đường đối trung tuyến của tam giác sai số và giao điểm của 3 đường đó sẽ cho ta vị trí tàu.



ĐƯỜNG ĐỐI TRUNG TUYẾN

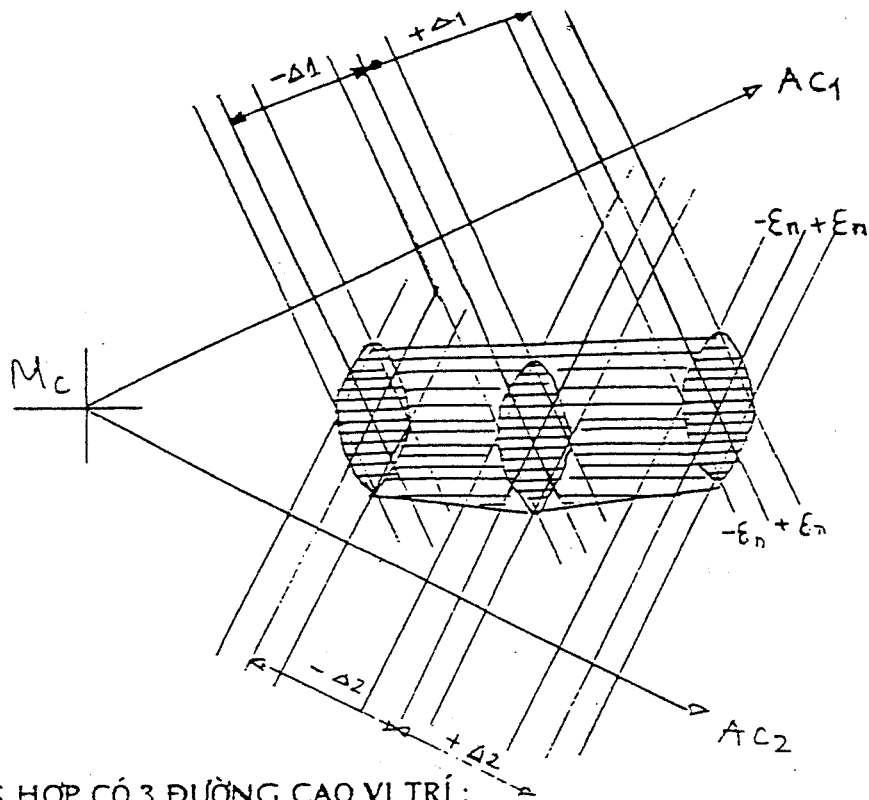
\* Đường đối trung tuyến : Là hình phản chiếu của trung tuyến qua đường phân giác. Cách vẽ như hình trên.

## ♦ 71. TÌM ĐIỂM VỊ TRÍ TÀU KHI CÓ ẢNH HƯỞNG ĐỒNG THỜI CỦA CẢ SAI SỐ NGẪU NHIÊN VÀ SAI SỐ HỆ THỐNG

Nếu đường cao vị trí có sai số hệ thống, vị trí tàu sẽ nằm trên đường phân giác Thiên văn. Nếu có sai số ngẫu nhiên, vị trí tàu sẽ nằm trong Elip sai số ( tác động của sai số ngẫu nhiên được đánh giá bằng diện tích xác suất ). Elip sai số biểu hiện mức độ tin cậy của vị trí xác định ở trong diện tích đó. Trong đó, vị trí xác định là vị trí có xác suất xuất hiện vị trí tàu lớn nhất. Nếu đánh giá bằng vòng tròn sai số có bán kính  $\varepsilon_M$  thì xác suất xuất hiện vị trí tàu trong đó là 68, 5 %. Tăng lên  $2 \varepsilon_M$  thì xác suất là 85 %, tăng lên  $3 \varepsilon_M$  thì xác suất là 99, 4 %. Và bán kính  $3 \varepsilon_M$  gọi là bán kính giới hạn.

### 1. TRƯỜNG HỢP CÓ 2 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Khi có sai số ngẫu nhiên và sai số hệ thống tác động vào đường cao vị trí thì vị trí tàu sẽ nằm trong hình trụ sai số.



## 2. TRƯỜNG HỢP CÓ 3 ĐƯỜNG CAO VỊ TRÍ :

Nếu các đường cao vị trí mắc phải sai số ngẫu nhiên thì vị trí tàu sẽ nằm trên đường đối trung tuyến. Nếu đường cao vị trí mắc sai số hệ thống thì vị trí tàu sẽ nằm trên đường phân giác Thiên văn.

Vị trí tàu thông thường chịu ảnh hưởng của cả sai số ngẫu nhiên và sai số hệ thống. Nếu  $\Delta A = 120^\circ$ , thì tam giác sai số gần như đều, sai số hệ thống chiếm ưu thế, còn nếu tam giác sai số không đều, thì sai số ngẫu nhiên chiếm ưu thế.

Khi thiên thể ở khắp phía chân trời, giao của 3 đường đối trung tuyến và phân giác Thiên văn đều nằm trong tam giác sai số, ta lấy vị trí tàu  $M_0$  là một trong hai điểm đó.

Khi thiên thể ở về một phía chân trời, giao của 3 đường đối trung tuyến nằm trong tam giác sai số, giao của 3 đường phân giác Thiên văn nằm ngoài tam giác sai số. Nếu sai số ngẫu nhiên chiếm ưu thế, ta lấy  $M_0$  ở 1/3 đường nối giữa hai điểm về phía đường đối trung tuyến, nếu sai số hệ thống chiếm ưu thế, ta sẽ lấy 1/3 đường nối tính từ giao 3 đường phân giác Thiên văn làm  $M_0$ .

---

## CHƯƠNG 17 :